LehrLab

MATHEMATIK · KLASSE 5–6 · ANLAGE

Brüche kürzen und vergleichen

Anlage zur Reihenplanung: Hintergrund

Brüche kürzen und vergleichen. Hier steht, was beim Verstehen und Einordnen der Reihe hilft: die Bauentscheidungen, der fachliche Hintergrund und der Weg der Kompetenzen. Für den Start der Reihe brauchst du die Anlage nicht.

A1 · Über diese Reihenplanung

Kürzen und Vergleichen kommen in Klasse 6 oft als Regeln an die Tafel: oben und unten durch dieselbe Zahl, dann den Hauptnenner suchen. Eine schwache Klasse lernt die Regeln auswendig und verwechselt sie bald. Viele Kinder glauben danach, ein gekürzter Bruch sei weniger, weil „kürzen“ im Alltag kleiner machen heißt. Andere halten 3/8 für mehr als 3/5, weil 8 die größere Zahl ist. Und was die Regeln bedeuten, bleibt offen, sobald kein Bild mehr da ist.

Diese Reihe geht jedes Verfahren erst am Bild und dann mit Zahlen. Jede Stunde hat ein Modell als Werkzeug: gleich große Bleche, einen gefalteten Papierstreifen, die Bruchstreifen-Tafel, Torten, gleich lange Streifen, den Messbecher und den Zahlenstrahl. Kürzen heißt in der Reihe von Anfang an „gröber einteilen“, Erweitern „feiner einteilen“. So bleibt sichtbar, dass der Anteil gleich bleibt. Das Vergleichen beginnt bei den leichten Fällen, gleichem Nenner und gleichem Zähler, und führt dann über den gemeinsamen Nenner zum Ordnen am Zahlenstrahl.

Bauform und Leitprinzip

Bauform: Lehrgang mit Übungsspirale und Stationen. Der Stoff baut Stunde für Stunde aufeinander auf. Zwei Stunden üben an Stationen mit Selbstkontrolle: Stunde 4 als kleiner Zirkel zum Kürzen am Platz, Stunde 8 als Übungszirkel mit Holstationen und festem Rotationsplan. Die Spirale: Ab Stunde 3 enthält jede Ausgangskarte eine Aufgabe zu einem früheren Verfahren.

Leitprinzip: Übung und Sicherung · Selbstkompetenz. Kürzen und Vergleichen sitzen bei einer schwachen Klasse erst nach vielen Wiederholungen an wechselnden Bildern und Zahlen, und beides kommt in der Klassenarbeit vor. Deshalb kontrolliert jede Übung sich selbst: mit dem Lernpartner, mit der Kontrollkarte, in Stunde 4 und 8 mit dem Laufzettel und in Stunde 8 mit der Ich-kann-Liste. Die Kinder lernen, eigene Lösungen zu prüfen, Fehler zu finden und den eigenen Stand einzuschätzen.

Wo die Klasse übt, was im Test und in der Klassenarbeit vorkommt

Verfahren	Übung mit Kontrollkarte	Wiederholt auf
Anteil am Bild ablesen und kürzen	Stunde 2 (drei Bilder) · Station K1 · Station P1	Ausgangskarte 2 und 3
vollständig kürzen, auch in Schritten	Stunde 3 (vier Brüche) · Station K2 · Station P1	Ausgangskarte 3, 4 und 6
Fehler beim Kürzen erklären	Station K3 · Zeile „Falle: …“ auf den Kontrollkarten	Ausgangskarte 5
vergleichen bei gleichem Nenner oder Zähler	Stunde 5 (sechs Paare, Muffins) · Station P2	Ausgangskarte 5
vergleichen mit gemeinsamem Nenner	Stunde 6 (Paare und Aussagen) · Station P2	Ausgangskarte 6 und 7
Aussage prüfen: Ergebnis und Begründung	Stunde 6 (Aussage b, Pflicht) · Station P4	Ausgangskarte 7
am Zahlenstrahl einzeichnen und ordnen	Stunde 7 (fünf Brüche, Ladebalken) · Station P3	Ausgangskarte 7

Jedes Verfahren aus Test und Klassenarbeits-Baustein übt die Klasse mindestens zweimal im Unterricht, mit Kontrollkarte, und wiederholt es auf einer Ausgangskarte. Dazu kommt in Heft 8 das freiwillige Übungsblatt „Fit für die Klassenarbeit“ (Arbeitsblatt 15) mit allen fünf Verfahren und einer Faltkarte zur Selbstkontrolle.

Warum die Reihe ohne Gruppen arbeitet

Die Reihe ist für Klassen gebaut, in denen die Arbeit in Gruppen noch nicht trägt und Partnerarbeit nur manchmal klappt. In einer Gruppe kann ein schwaches Kind sich zurücklehnen, in einem festen Paar nicht. Damit die Partnerarbeit trägt, hat sie in jeder Übung denselben Ablauf: Erst rechnet jedes Kind allein, dann erklärt ein Kind seinen Weg, und das andere vergleicht und fragt nach. Bei jeder Aufgabe wechseln die Rollen. Den Umschlag öffnen die zwei erst, wenn sie sich geeinigt haben. So rechnet und spricht jedes Kind in jeder Übung, und die Kontrollkarte bestätigt am Ende, was das Paar gemeinsam entschieden hat.

Was jedes Kind am Ende kann

Die Ich-kann-Liste (Arbeitsblatt 14 und Test) fasst die Lernziele der Stunden 2 bis 7 in sieben Sätzen:

1. Ich kann einen Anteil am Bild ablesen und den Bruch durch gröberes Einteilen kürzen.
2. Ich kann einen Bruch vollständig kürzen, auch in mehreren Schritten.
3. Ich kann Fehler beim Kürzen finden und erklären.
4. Ich kann Brüche mit gleichem Nenner oder gleichem Zähler vergleichen.
5. Ich kann Brüche mit einem gemeinsamen Nenner vergleichen.
6. Ich kann bei einer Aussage sagen, ob das Ergebnis stimmt und ob die Begründung trägt.
7. Ich kann Brüche am Zahlenstrahl einzeichnen und der Größe nach ordnen.

A2 · Hinweise für die Lehrkraft

Sprachsensibel unterrichten: Kinder mit LRS und DaZ

- **Kurze Aufträge.** Jeder Auftrag hat höchstens zwei Zeilen, ein Satz hat einen Operator, alles steht im Präsens und aktiv. Aufgaben mit Bild stehen vorn, Textaufgaben haben höchstens drei Zeilen. Schülertext ist 12 pt groß, wo das Layout es trägt.
- **Vorlesen ist erlaubt.** Kinder mit LRS sitzen neben einem Kind, das gern vorliest. Lies neue Aufträge einmal laut vor, besonders in Stunde 1 und an den Stationen. In den Übungen der Reihe zählt die Rechtschreibung nicht.
- **Wörter mit Artikel und Bild.** Jedes Merkblatt hat „Die Wörter der Stunde“ mit Artikel, kleinem Bild und einer Erklärung in einem Satz. Lückensätze haben einen Wortspeicher in alphabetischer Folge. Satzanfänge für Begründungen stehen direkt am Auftrag, zum Beispiel „... hat mehr verkauft, weil die Stücke ...“ oder „Das Ergebnis stimmt / stimmt nicht. Die Begründung trägt / trägt nicht, weil ...“.
- **Ein Wort für eine Sache**, in jeder Stunde gleich: **Zähler** und **Nenner** (nicht „oben“ und „unten“), **kürzen** und **gröber einteilen**, **erweitern** und **feiner einteilen**, **gleichwertig** (gleich viel), **gleichnamig** (gleicher Nenner), **gemeinsamer Nenner** (das Wort „Hauptnenner“ steht nur einmal auf Merkblatt 6), **Kürzungszahl**, **Sprung** und **Teilstrich** am Zahlenstrahl, **Kontrollkarte**, **Lernpartner**. Sagst du selbst einmal „oben“, schieb das Fachwort gleich nach.
- **Die Rollen beim Vergleichen** stehen auf der Folie, nicht auf dem Blatt: „Erklären: Ich zeige meinen Weg.“ · „Nachfragen: Ich vergleiche und frage nach.“ Ein Satz zum Nachfragen hilft DaZ-Kindern: „Warum hast du durch 3 geteilt?“

Stationen in Stunde 4: am Platz

Stunde 4 übt die Stationenarbeit klein ein. Niemand läuft. Jedes Lernpaar bekommt einen Umschlag mit den Stationskarten K1 bis K4 (Arbeitsblatt 7 bis 10) und den vier Tippkarten. Darin liegen vier kleine, geschlossene Umschläge, je Station einer mit Kontrollkarte und Etikett („Station K1 · Kontrollkarte ...“). Das Paar öffnet nur den Umschlag der Station, an der es gerade ist. Die Reihenfolge ist fest: K1, K2, K3. K4 ist die Wahlstation für Paare, die fertig sind. Die Antworten schreiben die Kinder auf den Laufzettel (Arbeitsblatt 6, Seite 2). Nach 8 Minuten ertönt die Klangschale. In der Wechselminute legt das Paar die Karte zurück und nimmt die nächste. K3 ist die letzte Runde und hat keine Wechselminute. So lernt die Klasse Laufzettel, Signal und Kontrollkarte ohne Wechselunruhe.

Stationen in Stunde 8: Holstationen mit festem Rotationsplan

In Stunde 8 bleiben die Paare am Platz, und die Stationen wandern als **Stationsmappen**. Jede Mappe ist eine Klarsichthülle mit der Stationskarte, der Tippkarte und einem geschlossenen Umschlag mit der Kontrollkarte. Von jeder Pflichtstation P1 bis P4 gibt es vier Mappen. Die Mappen liegen nach Station sortiert auf vier Ablagen mit großem Schild (Fensterbank, Seitentisch, Pult). Die Wahlstationen W1 (Bruch-

Duell) und W2 (Brüche dazwischen) liegen mit je zwei Mappen auf einem Wahltisch. Nummeriere die 14 Paare vor der Stunde und trage auf jedem Laufzettel die Paarnummer ein. Kreise die Startstation ein. Die Wechselfolge ist immer P1 → P2 → P3 → P4 → P1.

Rotationsplan für 14 Lernpaare, vier Runden à 9 Minuten (die letzte 8 Minuten)

Paare	Runde 1	Runde 2	Runde 3	Runde 4
1 bis 4	P1	P2	P3	P4
5 bis 8	P2	P3	P4	P1
9 bis 11	P3	P4	P1	P2
12 bis 14	P4	P1	P2	P3
Paare an P1 · P2 · P3 · P4	4 · 4 · 3 · 3	3 · 4 · 4 · 3	3 · 3 · 4 · 4	4 · 3 · 3 · 4

An jeder Station liegen höchstens vier Paare, also reichen vier Mappen je Station. Bei 13 Paaren starten an P4 nur die Paare 12 und 13. Bei 15 Paaren startet Paar 15 an P3. In beiden Fällen bleiben es höchstens vier Paare je Station. **Eine Runde:** Karte lesen 1 Minute, allein 4, vergleichen 2, Kontrollkarte und berichtigen 1, Wechsel 1. Die Klangschale ertönt nach 8 Minuten. In der Wechselminute bringt ein Kind die Mappe zurück und holt die nächste, beim nächsten Wechsel das andere Kind. Wer vor dem Signal fertig ist, macht die Aufgabe mit und holt danach eine Wahlstation, die beim Signal zurückgeht. **Deine Rolle:** Du gibst das Signal, hakst Laufzettel stichprobenartig ab und setzt dich zu dem Paar, das festhängt. Bei P4 achtest du darauf, dass die Kinder erst rechnen und dann die Begründung beurteilen. **Schafft die Klasse Runde 4 nicht,** läuft die fehlende Pflichtstation als erste Phase der Teststunde (9 Minuten, die Mappen bleiben gepackt), nie als Hausaufgabe.

Karten kopieren, schneiden und packen

- **Ausgangskarten und Kontrollkarten** stehen zu zweit auf einer Seite. Für 14 Paare kopierst du die Kontrollkarte einer Übung siebenmal und schneidest sie an der gestrichelten Linie. Die Ausgangskarte kopierst du vierzehnmal, das ergibt 28 Karten. Nur die Kontrollkarten zu Arbeitsblatt 12 und 13 stehen allein auf der Seite, sie kopierst du 14-mal. Das Etikett für den Umschlag steht auf derselben Kopiervorlage.
- **Umschläge:** 14 Umschläge mit Etikett vor Stunde 1, sie bleiben beim Paar. Vor Stunde 4 kommen 14 Paar-Umschläge für die Stationskarten und 56 kleine Umschläge für die Kontrollkarten K1 bis K4 dazu (je Paar vier), zusammen 84 Umschläge. Die 20 Stationsmappen in Stunde 8 bekommen 20 der kleinen Umschläge aus Stunde 4. Das reicht auch in der Doppelstunde 7 und 8, in der die 14 Umschläge der Paare mit der Kontrollkarte zu Arbeitsblatt 13 noch in Gebrauch sind: 14 + 20 = 34 Umschläge.
- **Stunde 4:** die Stationskarten K1 bis K4 je 14-mal auf festem Papier, die Seite mit den vier Tippkarten 14-mal, die zwei Seiten mit den Kontrollkarten je 14-mal. Jede Kontrollkarte kommt mit ihrem Etikett in einen eigenen kleinen Umschlag.
- **Stunde 8:** die Stationskarten P1 bis P4 je 4-mal auf festem Papier, die Tippkarten P1 bis P4 je 4-mal, die zwei Seiten mit den Kontrollkarten P1 bis P4 je 4-mal. Das Bruch-Duell (Arbeitsblatt 20) zweimal kopieren und die Karten ausschneiden, dazu die Seite mit den Kontrollkarten zu W1 und W2 zweimal. Arbeitsblatt 21 und seine Tippkarte je 2-mal. 20 Klarsichthüllen.
- **Faltkarte zu Arbeitsblatt 15:** 28-mal kopieren. Oben steht der Hinweis, in der Mitte die Lösungen. Die untere Klappe nach oben über die Lösungen falten und mit einem Klebestreifen schließen.

Die Umschläge, Mappen und Stationskarten sind wiederverwendbar. Wer die Reihe ein zweites Mal hält, braucht nur noch die Blätter für die Kinder zu kopieren. Die Zeiten für jede Stunde stehen in der Checkliste (Teil 00c).

Sensibel unterrichten: Fehler sind Lernmaterial

- **Fehler gehören zur Reihe.** Lina und Emre irren sich mit Absicht, und die Kontrollkarten nennen typische Fehler ohne Tadel. Was an den Stationen schiefgeht, nimmst du für deine Planung, nicht für eine Note.
- **Laufzettel und Ich-kann-Liste bleiben beim Kind.** Niemand liest vor, was er „noch nicht“ kann, und niemand vergleicht seine Kreuze mit den anderen. Du sammelst die Laufzettel ein und gibst jedem Kind eine Rückmeldung unter vier Augen oder auf dem Blatt.
- **Der Daumen bei der Ausgangskarte** ist ein Signal an dich, kein Urteil vor der Klasse. Achte darauf, wer oft „noch nicht“ zeigt, und setz dich in der nächsten Übung zu diesem Paar.
- **Der Kontext bleibt neutral.** Es geht um Kuchen und Waffeln, nicht um Geld, Familien oder Essgewohnheiten. Wer zu Hause nicht backt, braucht keine Erfahrung mit Rezepten: Das Bild des Messbechers genügt.

Vorwissen und Anschluss

Die Reihe setzt voraus, dass die Klasse Brüche als Anteile kennt, sie am Bild darstellt und mit einer Zahl erweitern kann. Der Startcheck in Stunde 1 prüft das. Fällt er beim Erweitern schwach aus, beginnt Stunde 6 mit 8 Minuten Wiederholung. Die Teilbarkeitsregeln für 2, 3, 5 und 10 wiederholt Stunde 3 in 5 Minuten. Kennt die Klasse sie noch nicht, arbeitet sie dort nur mit den Einmaleinsreihen. Das Gleichnamigmachen braucht die Klasse später beim Addieren und Subtrahieren von Brüchen wieder.

Nach der Reihe

Reflexion: drei Fragen an die eigene Durchführung

- Welche Sätze der Ich-kann-Liste stehen nach dem Übungszirkel noch oft bei „noch nicht“? Das zeigt, welches Verfahren vor der Klassenarbeit noch eine Übung braucht.
- Haben die Paare erst nach der Einigung in den Umschlag geschaut, und haben in jedem Paar beide Kinder erklärt? Wenn nicht: In der nächsten Reihe die Rollen öfter vormachen.
- Sagen die Kinder beim Kürzen von selbst „gröber einteilen“ und beim Vergleichen „bei gleichem Zähler“? Wenn nicht, beim nächsten Durchgang die Bruch-Wand in jeder Sicherung laut lesen lassen.

A3 · Fachlicher Hintergrund für die Lehrkraft

Das Fachwissen der acht Stunden auf wenigen Seiten, so weit, wie du es für Rückfragen und für die Kontrollkarten brauchst. Hier steht auch, wo die Reihe bewusst vereinfacht und was sie weglässt. Brüche stehen in diesem Text mit Schrägstrich. Auf allen Blättern, Merkblättern und Folien stehen sie gestapelt.

> **Was du können solltest, bevor du Stunde 1 hältst**
>
> Falte einmal selbst einen Papierstreifen in Achtel und teile ihn gröber ein, so wie es Stunde 2 verlangt. Lies die Bruchstreifen-Tafel (Arbeitsblatt 4) einmal Zeile für Zeile, dann findest du gleichwertige Brüche darin schnell. Sprich die drei Vergleichswege (gleicher Nenner, gleicher Zähler, gemeinsamer Nenner) und die Hälfte als Vergleichszahl einmal mit eigenen Worten. Und behalte vier Sätze im Ohr, die in fast jeder Stunde gebraucht werden: **„Kürzen heißt teilen, nicht abziehen."** · **„Beim Kürzen bleibt der Anteil gleich, die Einteilung wird gröber."** · **„Die Regel gilt nur bei gleichem Zähler."** · **„Vergleiche nur Anteile von gleich großen Ganzen."**

Der Bruch als Anteil (Stunde 1)

Ein Bruch beschreibt einen **Anteil an einem Ganzen**. Der **Nenner** nennt, in wie viele gleich große Teile das Ganze geteilt ist, und damit die Art der Stücke (Achtel, Viertel). Der **Zähler** zählt, wie viele dieser Stücke gemeint sind. Lina hat 6 von 8 Stücken ihres Blechs verkauft, also 6/8 des Blechs. Emre hat 3 von 4 Stücken eines gleich großen Blechs verkauft, also 3/4. Beide haben gleich viel Kuchen verkauft, weil ein Viertel so groß ist wie zwei Achtel. **Ein Vergleich von Anteilen sagt nur dann etwas über die Menge, wenn die Ganzen gleich groß sind.** Die Hälfte einer großen Torte ist mehr Kuchen als die Hälfte einer kleinen. Deshalb sind in der Reihe alle Bleche, Torten und Streifen eines Vergleichs gleich groß. Nur eine Zusatzaufgabe in Stunde 5 zeigt bewusst zwei ungleich große Torten.

Das Ganze kann auch eine **Menge** sein: 5 von 12 Muffins sind 5/12 der Muffins. Diesen Anteil einer Menge braucht die Klasse in Stunde 5 und im Test, wo ein Trefferanteil „Treffer von allen Würfen" ist. In Stunde 7 kommt die **Strecke als Ganzes** dazu, am Messbecher und am Zahlenstrahl. Damit deutet die Reihe den Bruch als Anteil und als Zahl, die einen Platz auf dem Zahlenstrahl hat. Brüche als Rechenbefehl (3/4 von 200 g) und als Quotient (3 : 4) kommen nicht vor.

Gleichwertige Brüche: Kürzen und Erweitern (Stunden 2 und 6)

Zwei Brüche sind **gleichwertig**, wenn sie denselben Anteil beschreiben: 6/8 = 3/4. **Erweitern** heißt, die Einteilung **feiner** machen: Jedes Viertel wird in zwei Teile geteilt, aus 3/4 werden 6/8. Rechnerisch nimmt man Zähler und Nenner mit derselben Zahl mal. **Kürzen** ist der umgekehrte Weg: Die Einteilung wird **gröber**, je zwei Achtel werden zu einem Viertel. Rechnerisch teilt man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl. In beiden Fällen bleibt der Anteil gleich, nur die Stücke ändern ihre Größe. Diese Deutung als Verfeinern und Vergröbern trägt die ganze Reihe. Der Faltstreifen in Stunde 2 macht sie mit den Händen sichtbar: Wer jede zweite Falte nicht mitzählt, hat 4 Teile statt 8, und der gefärbte Teil ist genauso lang wie vorher.

Zu jedem Bruch gibt es unendlich viele gleichwertige Brüche (3/4 = 6/8 = 9/12 = …). Am Zahlenstrahl liegen sie alle auf demselben Punkt. Die **Bruchstreifen-Tafel** der Reihe hat neun gleich lange Streifen: das Ganze, Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel, Achtel, Zehntel und Zwölftel. Alle Brüche der Einstiege und der Übungen bis Stunde 6 lassen sich darin zeigen. Achtzehntel fehlen mit Absicht: In Stunde 3 merkt die Klasse an 12/18, dass sie ein Verfahren ohne Bild braucht.

Sprache: Im Alltag heißt „kürzen" kleiner machen (die Hose kürzen, das Taschengeld kürzen). Kinder übertragen das auf Brüche und glauben, ein gekürzter Bruch sei weniger. Deshalb sagt die Reihe am Anfang immer beides, „kürzen" und „gröber einteilen", und zeigt am Streifen, dass gleich viel bleibt. **Kreise**

sind in der Reihe immer vorgeteilt. Kinder teilen Kreise schwer gleichmäßig ein, und ungleiche Stücke führen zu falschen Schlüssen. Selbst eingeteilt wird nur im Rechteck und im Streifen.

Teiler, gemeinsamer Teiler, vollständig gekürzt (Stunden 3 und 4)

Kürzen kann man nur durch einen **gemeinsamen Teiler** von Zähler und Nenner. Die Klasse findet ihn auf zwei Wegen. Mit den **Teilbarkeitsregeln**: Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn sie auf 0, 2, 4, 6 oder 8 endet, durch 5, wenn sie auf 0 oder 5 endet, durch 10, wenn sie auf 0 endet, und durch 3, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist. Mit den **Einmaleinsreihen**: Stehen Zähler und Nenner beide in derselben Reihe, ist die Zahl dieser Reihe ein gemeinsamer Teiler. 12 und 18 stehen beide in der Reihe der 2, der 3 und der 6. Ein Bruch ist **vollständig gekürzt**, wenn Zähler und Nenner außer 1 keinen gemeinsamen Teiler mehr haben. Die vollständig gekürzte Form ist eindeutig: Ob man 24/40 in drei Schritten durch 2 kürzt oder einmal durch 8, am Ende steht immer 3/5. Die **Kürzungstreppe** auf Arbeitsblatt 5 erlaubt deshalb kleine Schritte. Schwächere Kinder kürzen lieber dreimal durch 2 als einmal durch 8, und das Ergebnis ist dasselbe.

Bewusst vereinfacht: Das Schülermaterial nennt weder „ggT“ noch „kgV“. Der größte gemeinsame Teiler steckt im Wort „vollständig gekürzt“, das kleinste gemeinsame Vielfache in der ersten gemeinsamen Zahl zweier Vielfachenreihen (Stunde 6). Für eine schwache Lerngruppe reichen die Reihen, die Fachwörter kommen später. **Kürzen aus Summen** kommt in der Reihe nicht vor. Fragt ein Kind, ob man bei (2 + 4)/(2 + 5) die 2 streichen darf: Nein, gekürzt wird nur, was mit allem anderen malgenommen ist. Die Probe zeigt es: 6/7 ist nicht 4/5.

Brüche vergleichen (Stunden 5 und 6)

Die Reihe lehrt drei Wege, und jeder hat eine Bedingung. **Gleicher Nenner:** Die Stücke sind gleich groß, also entscheidet der Zähler. 3/5 < 4/5. **Gleicher Zähler:** Es sind gleich viele Stücke, also entscheidet ihre Größe. Je größer der Nenner, desto kleiner das Stück, deshalb ist 3/8 < 3/5. Diese Regel gilt **nur bei gleichem Zähler** und steht in der Reihe nie ohne diese Bedingung. **Gemeinsamer Nenner:** Sind Zähler und Nenner verschieden, macht man beide Brüche **gleichnamig**, das heißt, man erweitert sie auf denselben Nenner. Aus 2/3 und 3/4 werden 8/12 und 9/12, und 3/4 ist größer. Den gemeinsamen Nenner findet die Klasse mit zwei **Vielfachenreihen**: Man geht die Reihe des größeren Nenners entlang (4, 8, 12), bis eine Zahl auch in der anderen Reihe steht. Jeder gemeinsame Nenner führt zum richtigen Ergebnis, auch 24. Der kleinste heißt in vielen Büchern **Hauptnenner**. Das Wort steht einmal auf Merkblatt 6, im Material heißt er „gemeinsamer Nenner“.

Gleichnamig und gleichwertig klingen ähnlich und meinen Verschiedenes. Gleichnamig heißt: gleicher Nenner, also gleich große Stücke (2/12 und 3/12). Gleichwertig heißt: gleich viel (2/3 und 8/12). Merkblatt 6 stellt beide Wörter in zwei Kästen nebeneinander. Den Überkreuzvergleich (Zähler des einen mal Nenner des anderen) lehrt die Reihe nicht, weil schwache Rechner ihn ohne Vorstellung anwenden. **Aussagen prüfen:** Ab Stunde 6 trennt die Klasse zwei Fragen. Stimmt das Ergebnis? Trägt die Begründung? „1/2 ist kleiner als 4/6, weil 2 kleiner ist als 6“ hat ein richtiges Ergebnis (3/6 < 4/6), aber die Begründung trägt nicht: Nach derselben Begründung wäre 1/2 kleiner als 2/6, dabei ist 1/2 = 3/6 größer. Ein Gegenbeispiel genügt, um eine Begründung zu widerlegen. Dieses Format verlangen auch der Test und der Klassenarbeits-Baustein.

Zahlenstrahl, Ordnen und die Hälfte als Vergleichszahl (Stunde 7)

Auf dem Zahlenstrahl ist die **Einheit** die Strecke von 0 bis 1. Für Achtel wird sie in acht gleich lange Abschnitte geteilt. 3/8 ist der Punkt, an dem man nach drei Abschnitten von 0 aus ankommt. Ein **Sprung** geht von Strich zu Strich. Der Strich bei der 0 zählt nicht. 3/8 liegt am 3. Strich nach der 0, am Ende des 3. Sprungs. Wer die 0 mitzählt, landet einen Strich zu früh. Gleichwertige Brüche liegen auf demselben Punkt: 1/2 und 4/8 sind dieselbe Zahl. Der **Messbecher** ist ein senkrechter Zahlenstrahl mit der Einheit 1 Liter, das kennen viele Kinder aus der Küche. Zum schnellen **Ordnen** dient die **Hälfte als Vergleichszahl**: Ist der

Zähler mehr als die Hälfte des Nenners, liegt der Bruch hinter 1/2 (5/8, weil 5 mehr ist als 4), sonst davor (3/8). Erst wenn zwei Brüche auf derselben Seite der Hälfte liegen, braucht man den gemeinsamen Nenner: 5/8 und 3/4 = 6/8. So ordnen sich die drei Waffelrezepte zu 1/2 l < 5/8 l < 3/4 l.

Zwischen zwei Brüchen liegt immer noch ein Bruch. Zwischen 2/3 und 3/4 findet man ihn, indem man beide gleichnamig macht (8/12 und 9/12) und dann noch feiner einteilt (16/24 und 18/24): 17/24 liegt dazwischen. Diese Dichte zeigt die Zusatzaufgabe zu Arbeitsblatt 12 in Stunde 6, die Wahlstation „Brüche dazwischen“ in Stunde 8 übt sie, die Zusatzaufgaben im Test und im Klassenarbeits-Baustein greifen sie auf. Die Klasse entdeckt das an Beispielen, auf den Merkblättern steht es nicht.

Was die Reihe weglässt

Die Reihe bleibt bei Kürzen, Erweitern, Vergleichen und Ordnen positiver Brüche. Die Reihe führt keine Addition und Subtraktion, keine Multiplikation und Division von Brüchen ein, keine Dezimalzahlen und Prozente, keine negativen Zahlen und keine gemischten Zahlen. Zähler und Nenner bleiben bis 40, gekürzt wird in ein bis drei Schritten über die Regeln für 2, 3, 5 und 10, gemeinsame Nenner bleiben bis 20, in Sternaufgaben bis 24. Die Ergebnisse wechseln zwischen Halben, Dritteln, Vierteln, Fünfteln, Sechsteln und Achteln, und auf keinem Blatt kommt ein Ergebnis öfter als zweimal vor. So lohnt sich Raten nicht, und die Kontrollkarte prüft wirklich.

Fehlvorstellungen der Klasse und der Satz, der sie auflöst

Was Kinder sagen	Der Satz im Unterricht	Wo die Reihe es aufgreift
„3/8 ist mehr als 3/5, weil 8 größer ist als 5.“	„Je mehr Stücke aus demselben Ganzen, desto kleiner ist jedes Stück. Drei kleine Stücke sind weniger als drei große.“	Stunde 5, Stunde 6 (Aussage b), Station P4
„4/9 ist größer als 3/5, weil 4 größer ist als 3 und 9 größer als 5.“	„Zähler und Nenner gehören zusammen, sie beschreiben einen Anteil. Erst wenn beide Brüche gleich eingeteilt sind, vergleichst du die Zähler.“	Stunde 7 (Linas Rezept), Lehrkraftteil Stunde 6
„3/4 und 5/6 sind gleich, weil jeweils 1 fehlt.“	„Es fehlt jeweils ein Stück, aber die Stücke sind verschieden groß. Ein Viertel ist größer als ein Sechstel, also fehlt bei 3/4 mehr.“	Stunde 6
„5/8 ist größer als 4/6, denn 5 · 8 = 40 und 4 · 6 = 24.“	„Zähler mal Nenner sagt nichts über die Größe. Mach die Brüche gleichnamig: 15/24 ist kleiner als 16/24.“	Station P4 (Sternaufgabe)
„Gekürzt ist es weniger Kuchen.“	„Beim Kürzen wird nur gröber eingeteilt. Es bleibt genauso viel Kuchen, nur in weniger, größeren Stücken.“	Stunde 2, Stunde 4 (Emres Satz), Station K3, Merkblatt 2
„12/16 ist gekürzt 10/14.“	„Kürzen heißt teilen, nicht abziehen. Mach die Probe: Wer richtig gekürzt hat, kommt durch Erweitern wieder beim alten Bruch an.“	Stunde 4 (Emres Zettel), Station K3, Arbeitsblatt 15
„6/9 gekürzt ist 2/9.“	„Zähler und Nenner werden durch dieselbe Zahl geteilt. Wer nur den Zähler teilt, ändert den Anteil: 6 : 3 = 2 und 9 : 3 = 3, also 2/3.“	Stunde 4 (Emres Zettel), Station K3 und P1, Ausgangskarte 5
„2/3 und 3/4 gleichnamig gemacht sind 2/12 und 3/12.“	„Was du mit dem Nenner machst, machst du auch mit dem Zähler. 2/3 sind 8/12, weil 2 · 4 = 8 und 3 · 4 = 12.“	Startcheck Stunde 1, Stunde 6
„2/12 und 3/12 sind gleich, beide sind Zwölftel.“	„Gleichnamig heißt gleich große Stücke. Gleichwertig heißt gleich viel. 2/12 und 3/12 sind gleichnamig, aber nicht gleichwertig.“	Stunde 6, Merkblatt 6
„Eine halbe große Torte ist so viel wie eine halbe kleine Torte.“	„Vergleiche nur Anteile von gleich großen Ganzen.“	Stunde 1, Zusatzaufgabe Stunde 5

Was Kinder sagen	Der Satz im Unterricht	Wo die Reihe es aufgreift
„24/36 durch 2 ist 12/18, fertig.“	„Prüf nach jedem Schritt: Haben Zähler und Nenner noch einen gemeinsamen Teiler außer 1? Dann kürze weiter.“	Stunde 3 (Kürzungstreppe), Kontrollkarten zu K1, K2 und P1
„7/8 ist kleiner als 3/4, weil 8 größer ist als 4.“	„Die Regel gilt nur bei gleichem Zähler. 7/8 und 3/4 haben verschiedene Zähler. Gleichnamig: 7/8 ist größer als 6/8.“	Stunde 5, Merkblatt 5, Station P2 und P4
Am Zahlenstrahl wird 3/8 einen Strich zu früh gesetzt, weil die 0 als erster Strich mitgezählt wird.	„Der Strich bei der 0 zählt nicht. 3/8 liegt am 3. Strich nach der 0, am Ende des 3. Sprungs.“ „Wer die 0 mitzählt, landet einen Strich zu früh.“	Stunde 7, Station P3, Merkblatt 7

Die ersten elf Vorstellungen beschreibt die Fachdidaktik als typisch (Quellen im Quellenverzeichnis). Dass Kinder die Regel für gleiche Zähler nach Stunde 5 auf alle Brüche übertragen und am Zahlenstrahl den Strich bei der 0 mitzählen, beruht auf Unterrichtserfahrung. Auf den Kontrollkarten steht unter manchen Lösungen eine Zeile „Falle: …“, die eine dieser Vorstellungen in einem Satz benennt.

A4 · Kompetenzmatrix und Progression

● Schwerpunkt der Stunde · ○ wird mitbedient.

Stunde	Operieren	Argumentieren	Kommunizieren	Problemlösen	Selbst kontrollieren
1 · Gleich viel verkauft?	○	●	●		○
2 · Kürzen: gröber einteilen	●	●	○		○
3 · Kürzen mit Teilern	●	○			○
4 · Kürzen üben an Stationen	●	○		●	●
5 · Gleicher Nenner, gleicher Zähler	●	●	○		○
6 · Gemeinsamer Nenner	●	●		○	○
7 · Brüche am Zahlenstrahl ordnen	●	○	●		○
8 · Übungszirkel Kürzen und Vergleichen	●	○		●	●

Wie das Können in dieser Reihe wächst

Stufe	Stunde	Was die Klasse jetzt kann
1 · Im Bild vergleichen	1	Anteile gleich großer Bleche im Bild vergleichen, mit der Größe der Stücke begründen und eigene Fragen stellen
2 · Am Bild kürzen	2	einen Streifen gröber einteilen, gleichwertige Brüche in der Bruchstreifen-Tafel finden und erklären, warum der Anteil gleich bleibt
3 · Mit Teilern kürzen	3	gemeinsame Teiler mit Teilbarkeitsregeln und Einmaleinsreihen finden und Schritt für Schritt vollständig kürzen
4 · Sicher kürzen	4	am Bild und in Schritten kürzen, typische Fehler finden und erklären, die eigene Lösung mit Lernpartner und Kontrollkarte prüfen
5 · Vergleichen, wenn eine Zahl gleich ist	5	Brüche mit gleichem Nenner oder gleichem Zähler vergleichen und mit der Größe der Stücke begründen

Stufe	Stunde	Was die Klasse jetzt kann
6 · Über einen gemeinsamen Nenner vergleichen	6	Brüche gleichnamig machen, vergleichen und bei einer Aussage Ergebnis und Begründung getrennt prüfen
7 · Ordnen am Zahlenstrahl	7	Brüche am Messbecher und am Zahlenstrahl einzeichnen und mit der Hälfte als Vergleichszahl ordnen
8 · Sicher anwenden	8	alle Verfahren selbstständig an Stationen anwenden, den eigenen Stand einschätzen und wissen, was vor der Klassenarbeit noch zu üben ist

Was Matrix und Progression sichtbar machen

Das Operieren trägt die Reihe: **Kürzen, Erweitern und Vergleichen lernt die Klasse immer zuerst am Bild und dann mit Zahlen.** Jede Stunde wechselt zwischen Bild, Bruch und Zahlenstrahl. Das Argumentieren wächst vom Satz „… hat mehr verkauft, weil die Stücke …“ in Stunde 1 bis zur Prüfung einer fremden Aussage in Stunde 6, bei der Ergebnis und Begründung getrennt beurteilt werden. Das Selbstkontrollieren läuft durch alle Stunden: Ab Stunde 1 kontrolliert jedes Lernpaar mit der Kontrollkarte, in Stunde 4 und 8 führt die Klasse dazu einen Laufzettel, in Stunde 8 schätzt sie sich mit der Ich-kann-Liste selbst ein.

Quellenverzeichnis

Brüche · Anlage zur Reihenplanung · Mathematik · Klasse 5–6

LehrLab
Stand 10/2026

So entsteht dieses Material

Texte und Schaubilder wurden mit Unterstützung eines KI-Dienstes erstellt. Das Material folgt einem festen Regelwerk aus Lehrplänen und Fachdidaktik, wird automatisch auf Stimmigkeit geprüft und vor der Übergabe persönlich gesichtet.

Sequenzplan, Verlaufsplanungen, Arbeitsblätter 1–22, Merkblätter

Selbst erstellt mit Unterstützung eines KI-Dienstes. Alle Aufgaben, Zahlen und Lösungen sind für diese Reihe geschrieben und nachgerechnet.

Fachliche Grundlage

Eigene Worte für Klasse 5 und 6. Webseiten abgerufen am 27.10.2026. **Fachdidaktik:** S. Schink, F. Pöhler-Friedrich, S. Prediger, L. Wessel, M. Böing: Gleichwertige Brüche verstehen. Didaktischer Kommentar B2, Mathe sicher können, 2. Aufl., DZLM 2026, S. 2, 14, 16–17, 34 (mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/Dokumente/msk_didkomm_b2_260214.pdf) · S. Schink, S. Prediger, M. Böing: Brüche und Prozente ordnen. Didaktischer Kommentar B3, Mathe sicher können, DZLM 2026, S. 2, 5, 10–12, 14 (.../msk_didkomm_b3_260214.pdf). Beide unter CC BY-NC-SA 4.0, genutzt nur als Fachquelle, ohne Übernahme von Text, Abbildungen oder Aufgaben · M. Heck Ribeiras, A. Obersteiner, G. Wittmann: In welcher Weise unterstützen Schulbücher Vorstellungsumbrüche beim Lernen von Bruchzahlen? mathematica didactica 45 (2022), S. 1–2 (journals.ub.uni-koeln.de). **Stationenlernen:** Landesakademie für Fortbildung und Personalentwicklung an Schulen Baden-Württemberg: Methodenblatt Lernzirkel (2011, lehrerfortbildung-bw.de) · Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt: Beispiel 1 Stationsarbeit (2011, bildung-lsa.de). **Vereinfacht** sind die Begriffe: kein „ggT“ und kein „kgV“, im Schülermaterial „gemeinsamer Nenner“ statt „Hauptnenner“.

Lehrplanbezug

Orientierung am Kernlehrplan NRW: Kernlehrplan Mathematik für die Realschule in Nordrhein-Westfalen (2022), Kompetenzerwartungen bis zum Ende der Klasse 6, Inhaltsfeld Arithmetik/Algebra, PDF-S. 26–27, und prozessbezogene Kompetenzen, PDF-S. 19–24. Kürzen, Erweitern und Vergleichen von Brüchen stehen dort bis zum Ende von Klasse 6. Den Wortlaut und die Fundstelle deines eigenen Lehrplans trägst du bitte selbst nach. Die Stundenzahl der Reihe ist ein Vorschlag, keine Lehrplanvorgabe.

Grafiken und Schriften

Deko-Icons: Fluent Emoji (Microsoft Corporation), Stil Flat, **MIT-Lizenz**. Emojis und Symbole im Fließtext: Noto Color Emoji, Noto Sans Symbols 2 und Noto Sans Math, Google Fonts, SIL Open Font License. Schriften: Inter, Caveat und Noto, SIL Open Font License. **Fotos** von Pixabay, kostenlos nutzbar nach der Pixabay-Inhaltslizenz, ohne Pflicht zur Namensnennung: Blechkuchenstücke (Einladung_zum_Essen), Karteikarten (AnnasPhotography). **Bruchstreifen, Bleche, Torten, Streifentafel, Zahlenstrahl, Messbecher, Kürzungstreppe, Kartenbogen und alle übrigen Zeichnungen:** selbst gezeichnet von LehrLab. Tabellen, Diagramme und Schaubilder ohne Nachweis: selbst erstellt mit Unterstützung eines KI-Dienstes.

LehrLab
lehrlab.de

Erstellt mit KI-Unterstützung, fachlich geprüft und redaktionell verantwortet von LehrLab.

Über LehrLab

Wir sind überzeugt: Lehrer:innen prägen Leben. Dafür braucht es Zeit für das Wesentliche – Beziehungen, nicht Materialsuche. LehrLab entwickelt Unterrichtsmaterialien, die funktionieren. Ohne stundenlange Vorbereitung. Ohne verlorene Wochenenden.

Du findest uns auf **lehrlab.de** und auf Instagram: **@lehr.lab**

Wenn dir diese Reihe geholfen hat, erzähl's weiter. Jede Empfehlung an Kolleg:innen bedeutet: weniger Stress, mehr Zeit fürs Unterrichten.

Dieses Material ist für den Einsatz im eigenen Unterricht lizenziert. Weitergabe, Upload oder Verkauf an Dritte sind nicht gestattet. © 2026 LehrLab